液晶与显示
Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays
ESCI/Scopus收录
中文核心期刊
主管：中国科学院
主办：中国科学院长春光学精密机械与物理研究所
京东方科技集团股份有限公司
中国物理学会液晶分会
中国光学光电子行业协会液晶分会
主编：郭海成

# 同轴结构球形液滴的尺寸效应和电场动力学

马鹤，陈思博，吴金兵，周璇，张志东

引用本文:
马鹤, 陈思博, 吴金兵, 等. 同轴结构球形液滴的尺寸效应和电场动力学[J]. 液晶与显示, 2020, 35(4): 293-305.
MA He, CHEN Si-bo, WU Jin-bing, et al. Size effect and electric field dynamics of spherical droplets in concentric configurations[J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2020, 35(4): 293-305.

在线阅读 View online: https://doi.org/10.3788/YJYXS20203504.0293

**您可能感兴趣的其他文章**

Articles you may be interested in

向列相液晶畴壁中挠曲电效应和自发扭曲效应的理论研究

Theoretical study of flexoelectric effect and spontaneous distortion in domain walls within nematic liquid crystal system

液晶与显示. 2018, 33(1): 1-13 https://doi.org/10.3788/YJYXS20183301.0001

电场诱导纳米结构HAN液晶盒中新型有序重构过程的描述

Description about electric field-induced new order reconstruction in a nanoconfined HAN cell

液晶与显示. 2016, 31(9): 853-861 https://doi.org/10.3788/YJYXS20163109.0853

阵列基板周边设计对聚酰亚胺液扩散的影响

Effect of periphery design of TFT substrate on the diffusion of polyimide solution

液晶与显示. 2020, 35(3): 205-210 https://doi.org/10.3788/YJYXS20203503.0205

磁控溅射法制备的$MoO_x$薄膜材料特性

Properties of $MoO_x$ thin films prepared by magnetron sputtering

液晶与显示. 2020, 35(3): 211-218 https://doi.org/10.3788/YJYXS20203503.0211

对向列相液晶反转壁中+1缺陷处挠曲电效应的理论分析

Theoretical analysis of the influence of flexoelectric effect on the +1 defect site in nematic inversion walls

液晶与显示. 2016, 31(8): 740-747 https://doi.org/10.3788/YJYXS20163108.0740

文章编号:1007-2780(2020)04-0293-13

# 同轴结构球形液滴的尺寸效应和电场动力学

马 鹤[1],陈思博[2,3],吴金兵[1],周 璇[1],张志东[1*]
(1.河北工业大学 应用物理系,天津 300401;
2.河北工业大学 电子信息工程学院,天津 300401;
3.天津市材料器件重点实验室,天津 300401)

**摘要**:基于 Landau-de Gennes 理论,研究了向列相同轴结构球形液滴的尺寸效应以及电场下的动力学过程。结果表明:同轴结构在半径 $r\geqslant 6.5\ \mu m$ 的范围内稳定存在。当 $r\leqslant 5.1\ \mu m$ 时只存在双极结构,$5.2\ \mu m\leqslant r<6.5\ \mu m$ 时为双极结构与同轴结构均存在的双稳态。外电场存在时,当 $0\leqslant E/E_0\leqslant 0.002\ 4$(使用 $E_0$ 对电场进行约化,$E_0=33.7\ V/\mu m$)时,液晶分子逐渐沿电场方向排列;当 $0.002\ 7\leqslant E/E_0\leqslant 0.003$ 时,弹性能、表面能和电场能相互竞争诱导出第一次结构转变,使液滴内出现类双极结构;当 $0.003\ 3\leqslant E/E_0<0.013\ 4$ 时,赤道面内及附近指向矢垂直电场方向排列,其余部分上下对称且沿电场方向排列;当电场强度达到阈值 $E_c/E_0=0.013\ 4$ 时,发现第二次结构转变,液滴内大部分液晶分子通过动力学过程实现了从中心轴到边界逐点沿电场方向的转动,该现象首次在同轴结构液滴中出现。

**关 键 词**:Landau-de Gennes 理论;同轴结构;结构转变;动力学过程
**中图分类号**:O753.2 **文献标识码**:A **doi**:10.3788/YJYXS20203504.0293

# Size effect and electric field dynamics of spherical droplets in concentric configurations

MA He[1], CHEN Si-bo[2,3], WU Jin-bing[1], ZHOU Xuan[1], ZHANG Zhi-dong[1*]

(1. *Department of Applied Physics, Hebei University of Technology, Tianjin* 300401, *China*;
2. *School of Electronic and Information Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin* 300401, *China*;
3. *Tianjin Key Laboratory of Electronic Materials and Devices, Tianjin* 300401, *China*)

**Abstract**: Based on Landau-de Gennes theory, the size effect of spherical droplets with nematic concentric structure and the dynamic process under electric field are investigated. Results show that the concentric structure is stable in the range of radius $r\geqslant 6.5\ \mu m$. When $r\leqslant 5.1\ \mu m$, there is only bipolar structure. When $5.2\ \mu m\leqslant r<6.5\ \mu m$, it is degenerate state between bipolar structure and concentric structure. When an electric field is present, at $0\leqslant E/E_0\leqslant 0.002\ 4$ (reducing the electric field with $E_0$, $E_0=33.7\ V/\mu m$), the liquid crystal molecules are gradually arranged in the direction of the electric field. When $0.002\ 7\leqslant E/E_0\leqslant 0.003$, the elastic energy, surface energy and electric field energy

**收稿日期**:2019-09-30;**修订日期**:2019-11-18.
**基金项目**:国家自然科学基金(No.11374087,No.11447179)
Supported by the Natural Science Foundation of China(No.11374087,No.11447179)
* 通信联系人,E-mail:zhidong_zhang1961@163.com

compete with each other to induce the first structural transition, which causes a similar bipolar structure in the droplet. When $0.003\ 3 \leqslant E/E_0 < 0.013\ 4$, the directors are arranged in the direction perpendicular to the electric field near the equatorial plane, the upper and lower parts of the sphere are symmetrical and the directors are along the direction of the electric field. When the electric field strength reaches the threshold $E_c/E_0 = 0.013\ 4$, the second structural transition is found, which occurs for the first time in the concentric structure. Most of the liquid crystal molecules in the droplets realize the rotation from the central axis to the boundary point by point in the direction of the electric field through the dynamic process.

**Key words**: Landau-de Gennes theory; concentric configurations; structural transition; dynamic process

## 1 引 言

聚合物分散液晶(Polymer Dispersed Liquid Crystal,PDLC)广泛应用于许多电光器件中,如智能窗、光学开关、生物传感器和微激光器[1]等。PDLC 由分散在光学透明聚合物薄膜中的向列相液晶球形微滴组成。液晶球形微滴中液晶分子排布通常有如下几种构型:双极(Bipolar)结构、扭曲双极(Twisted bipolar)结构、同轴(Concentric)结构、径向(Radial)结构、轴向(Axial)结构、逃离径向(Escaped radial)结构以及扭曲径向(Twisting of the radial)结构。影响液晶分子排布的因素主要有边界条件、弹性常数比值、微滴尺寸以及外场作用等[2]。液晶在球形有限几何限定条件下的排布方式已经得到了学术界的广泛关注[3-7]。例如:球形液滴表面边界条件由沿面边界条件(表面锚定方向垂直于径向方向)改变为垂面边界条件(表面锚定方向沿径向)时,内部结构由双极结构(Bipolar)变为径向结构(Raidal)[3];在保持 $k_{24}$(Frank 理论中的鞍形弹性常数)不变时减小微滴半径,双极(Bipolar)结构演变为径向(Radial)结构[4]。该结果表明随着半径减小,表面能作用相对增强,$k_{24}$ 项在弹性能、体能、表面能的相互竞争中逐渐占据优势,促使液晶分子内部结构发生变化。当 $k_{22}$(Frank 理论中的扭曲弹性常数)很小时,出现扭曲双极(Twisted bipolar)结构[6]。

当液滴表面为垂面边界条件时,液滴通常具有径向结构和轴向结构,这些构型已被深入研究[8],本文不再进一步讨论。对于沿面边界条件,常见的结构为双极结构和同轴结构。双极结构同时具有展曲和弯曲形变,并且在 $k_{33}/k_{11}>1$($k_{11}$、$k_{22}$、$k_{33}$分别为 Frank 理论中的展曲、扭曲、弯曲弹性常数)的液晶微滴中实现[9]。同轴结构中只存在弯曲形变,沿球心的直径位置存在一条线缺陷,该结构在 $k_{33}/k_{11}<1$ 的范围内可存在。由于大多数向列相液晶材料满足 $k_{33}/k_{11}>1$,同轴结构通常很难在实验中观察到。Drzaic[10] 发现了 $k_{33}/k_{11}<1$ 的液晶材料,并且该材料的弹性常数也符合扭曲双极结构出现的判据 $k_{11}>k_{22}+0.431k_{33}$[11],所以该材料形成的液晶微滴易出现扭曲双极结构,而不是同轴结构;在具有极小弯曲弹性常数 $k_{33}$ 的溶致液晶微滴中,可观察到具有纯弯曲变形的同轴结构,其中心轴处存在一条线缺陷[6]。然而,之前已有大量的理论研究表明:由于缺乏具有小弯曲弹性常数 $k_{33}$ 的热致液晶,在热致液晶系统中很少能观察到同轴结构[6,11]。最近,杨登科[12]等人通过添加 CB7CB 减少液晶材料 $k_{33}$ 和 $k_{11}$ 的比值至 0.632,实现了从双极结构到稳定同轴结构的转变。在热致液晶中实现同轴结构,激发了我们对该结构进行理论研究的兴趣。

PDLC(通常具有双极结构)在没有外加电场的情况下,由于各向异性的液晶微滴与聚合物网络的折射率不均匀,光在通过系统时会发生散射,所以不透光。当在薄膜上施加电场时,液晶微滴中双极轴重新排列,系统可透光。PDLC 薄膜在外电场影响下的光学特性以及液晶微滴在外场存在时双极轴重新排列的动力学过程已经得到了很好的解释[13-14]。同时,在电场作用下,液滴内部也会存在结构重新排列的现象[15],本文主要探究电场作用下同轴结构微滴内部结构重新排列的动力学过程。液晶分子重新排列发生在几微秒到十分之一秒的大范围时间尺度内。这些研究中的动力学复杂性归因于液滴大小和形状,以及液滴内指向矢重新排列前后的差异。

本文基于 Landau-de Gennes 理论，研究半径、电场对同轴结构液晶微滴的影响，采用与液滴中心轴平行的电场方向，主要研究电场作用下结构转变的动力学过程。

## 2　几何模型

选取球形向列相液晶系统进行研究。考虑同轴结构液晶微滴具有明显的轴对称性，所以建立柱坐标系（$\rho$，$\varphi$，$z$）进行描述，其对应基矢为（$\vec{e}_\rho$，$\vec{e}_\varphi$，$\vec{e}_z$），如图 1 所示，其中 $\vec{e}_z$ 沿着对称轴方向，$\vec{e}_\rho$ 是从对称轴出发的径向单位矢量，且有 $\vec{e}_\varphi = \vec{e}_z \times \vec{e}_\rho$。液晶分子指向矢方向 $\vec{n}$ 与 $\vec{e}_z$ 方向的夹角为极角 $\theta$，该角度范围为[$-\pi/2$，$\pi/2$]，指向矢在 $\rho$-$\varphi$ 平面的投影与 $\vec{e}_\rho$ 方向的夹角记为扭曲角 $\beta$，该角度范围为[0，$\pi/2$]。

柱坐标系下，指向矢可以表示为 $\vec{n} = \sin\theta\cos\beta\vec{e}_\rho + \sin\theta\sin\beta\vec{e}_\varphi + \cos\theta\vec{e}_z$，其在 $\vec{e}_\rho$，$\vec{e}_\varphi$，$\vec{e}_z$ 三个单位方向的分量分别表示为 $n_\rho$，$n_\varphi$，$n_z$。为了方便描述，后文中沿 $\vec{e}_\rho$，$\vec{e}_\varphi$，$\vec{e}_z$ 方向简述为沿 $\rho$、$\varphi$、$z$ 方向。电场 $\vec{e}$ 沿 $z$ 方向，可以表示为 $\vec{e} = E\vec{e}_z$，该电场推动正性液晶分子沿 $z$ 方向排列。

在球形液滴中，液晶分子的排布具有轴对称性，即与 $\varphi$ 无关，所以我们可以用半球的截面来描述整个球体的结构，此时液滴中过球心的中心对称轴与坐标系的 $z$ 轴重合。球形液滴表面采用沿面各向同性弱锚定边界条件，中心轴采用自由边界条件。

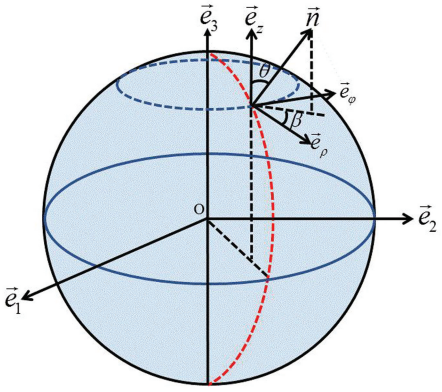



图 1　球状结构示意图

Fig.1　Schematic diagram of spherical structure

## 3　理论方法

相较于 Frank 理论，Landau-de Gennes 理论对向列相液晶系统中线缺陷和表面缺陷的描述更为精确，因此本文使用 Landau-de Gennes 理论进行研究。根据 Landau-de Gennes 理论，序参数张量 $\boldsymbol{Q}$ 可以表示液晶系统中分子在空间的有序程度。序参数张量 $\boldsymbol{Q}$[16] 在主轴系中可以表示为：

$$\boldsymbol{Q} = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i \vec{e}_i \otimes \vec{e}_i \ , \tag{1}$$

其中：$\lambda_i$ 和 $\vec{e}_i$ 分别为 $\boldsymbol{Q}$ 的第 $i$ 个本征值和本征矢，$\lambda_i$ 的取值范围为（$-1/3$，$2/3$）。

$\boldsymbol{Q}$ 是对称无迹张量，满足 $Q_{ij} = Q_{ji}$，$\mathrm{tr}\boldsymbol{Q} = 0$。系统处于各向同性相时，$\boldsymbol{Q}$ 为零张量。系统处于单轴态时，$\boldsymbol{Q}$ 的 3 个本征值中有两个相等，另一个本征值对应的本征矢为指向矢，此时 $\boldsymbol{Q}$ 可以写为：

$$\boldsymbol{Q} = S\left(\vec{n} \otimes \vec{n} - \frac{1}{3}I\right) \ , \tag{2}$$

其中：$S$ 表示向列相单轴序参数，$\vec{n}$ 为液晶分子指向矢。当 $S>0$ 时，液晶分子沿着 $\vec{n}$ 方向排列；当 $S<0$ 时，液晶分子分布在垂直于 $\vec{n}$ 的面内。$I$ 代表单位张量。柱坐标系中，式(2)的矩阵形式为：

$$\boldsymbol{Q} = \begin{pmatrix} Q_{\rho\rho} & Q_{\rho\varphi} & Q_{\rho z} \\ Q_{\varphi\rho} & Q_{\varphi\varphi} & Q_{\varphi z} \\ Q_{z\rho} & Q_{z\varphi} & Q_{zz} \end{pmatrix} = S\begin{pmatrix} n_\rho n_\rho - \dfrac{1}{3} & n_\rho n_\varphi & n_\rho n_z \\ n_\varphi n_\rho & n_\varphi n_\varphi - \dfrac{1}{3} & n_\varphi n_z \\ n_z n_\rho & n_z n_\varphi & n_z n_z - \dfrac{1}{3} \end{pmatrix} . \tag{3}$$

由于 $\boldsymbol{Q}$ 具有对称性和无迹性，所以 $Q_{\rho\varphi} = Q_{\varphi\rho}$，$Q_{\rho z} = Q_{z\rho}$，$Q_{\varphi z} = Q_{z\varphi}$，$Q_{\rho\rho} + Q_{\varphi\varphi} + Q_{zz} = 0$。系统处于双轴态时，$\boldsymbol{Q}$，3 个本征值各不相同，双轴性参数 $\beta^2$ 确定双轴性大小：

$$\beta^2 = 1 - \frac{6\,[\mathrm{tr}(\boldsymbol{Q}^3)]^2}{[\mathrm{tr}(\boldsymbol{Q}^2)]^3} \ . \tag{4}$$

双轴性参数 $\beta^2$ 反映了三维空间中 $\boldsymbol{Q}$ 的不均匀性，其取值范围为[0，1]。当 $\beta^2 = 0$ 时，系统处于单轴态，当 $\beta^2 = 1$ 时，系统处于最大双轴态。在本征坐标系中，存在 $\mathrm{tr}(\boldsymbol{Q}^3) = 3\det\boldsymbol{Q}$，联系式(4)，发现当 $\det\boldsymbol{Q} = 0$ 时，即 3 个本征值中至少有一个

为 0 时，得到 $\beta^2=1$。

在有外加电场的液晶系统中 Landau-de Gennes 理论的总自由能表示为：

$$F(\boldsymbol{Q})=\int_V (F_{\text{bulk}}+F_{\text{elastic}}+F_{\text{electric}})\,\mathrm{d}V\ , \tag{5}$$

其中：液晶微滴的体积为 $V$，$F_{\text{bulk}}$ 为本体自由能密度，$F_{\text{bulk}}$ 只依赖于序参数张量，不依赖于其空间变化率，其具体表达式为：

$$F_{\text{bulk}}=\frac{1}{2}A\,\mathrm{tr}\boldsymbol{Q}^2-\frac{1}{3}B\,\mathrm{tr}\boldsymbol{Q}^3+\frac{1}{4}C(\mathrm{tr}\boldsymbol{Q}^2)^2\ , \tag{6}$$

其中：$A=A_0(T-T^*)$，$A_0$，$B$，$C$ 均为常数，$T^*$ 为最低过冷温度。由上式和式(2)可以得到体平衡态下的单轴标量序参数，表示为 $S_{\text{eq}}=\frac{B}{4C}\left(1+\sqrt{1-\frac{24AC}{B^2}}\right)$，$S_{\text{eq}}$ 与温度 $T$ 有关。取相变温度为 $T_{\text{IN}}$，若 $T>T_{\text{IN}}$，$S=0$，液晶系统处于各向同性相；若 $T<T_{\text{IN}}$，$S_{\text{eq}}=\frac{B}{4C}\left(1+\sqrt{1-\frac{24AC}{B^2}}\right)$。

$F_{\text{elastic}}$ 为液晶取向序的不均匀引起的弹性自由能密度，依赖于序参数张量 $\boldsymbol{Q}$ 的空间变化率，仅考虑 $\boldsymbol{Q}$ 及其导数的二次项，$F_{\text{elastic}}$ 具体表示为：

$$F_{\text{elastic}}=\frac{1}{2}L_1(\boldsymbol{Q}\vdots\nabla\boldsymbol{Q})+\frac{1}{2}L_2(\nabla\cdot\boldsymbol{Q})\cdot(\nabla\cdot\boldsymbol{Q})+\frac{1}{2}L_4\boldsymbol{Q}\vdots(\boldsymbol{Q}\vdots\nabla\boldsymbol{Q})\ , \tag{7}$$

$L_i$ 与 Frank 理论中的展曲弹性常数 $k_{11}$、扭曲弹性常数 $k_{22}$、弯曲弹性常数 $k_{33}$ 之间存在关系为[17]：

$$\begin{cases}L_1=\dfrac{3k_{22}-k_{11}+k_{33}}{6S_{\text{eq}}{}^2}\\ L_2=\dfrac{k_{11}-k_{22}}{S_{\text{eq}}{}^2}\\ L_4=\dfrac{k_{33}-k_{11}}{2S_{\text{eq}}{}^3}\end{cases}\ , \tag{8}$$

电场引起的自由能密度表示为：

$$F_{\text{dielectric}}=-\frac{1}{2}\varepsilon_0(\vec{e}\cdot\varepsilon\vec{e})\ , \tag{9}$$

其中 $\varepsilon_0$ 为真空介电常数，$\varepsilon$ 是描述向列相液晶由于电场强度 $E$ 而引起的局部各向异性的介电常数张量：

$$\varepsilon=\varepsilon_i I+\varepsilon_a\boldsymbol{Q}\ , \tag{10}$$

其中：$\varepsilon_i=(\varepsilon_{\parallel}+2\varepsilon_{\perp})/3$ 为平均介电常数，$\varepsilon_a=(\varepsilon_{\parallel}-\varepsilon_{\perp})/S_{\text{eq}}$ 表示平均各向异性。本文选用正性液晶材料进行模拟计算，即 $\varepsilon_a>0$，此时，正性液晶分子趋于与电场 $E$ 平行的方向有序排列。本文只考虑介电作用，$F_{\text{dielectric}}$ 可以表示为：

$$F_{\text{dielectric}}=-\frac{1}{2}\varepsilon_0(\varepsilon_i\vec{e}^{\,2}+\varepsilon_a\vec{e}\cdot\boldsymbol{Q}\vec{e})\ , \tag{11}$$

柱坐标系下各向同性弱锚定表面自由能密度表达式为：

$$F_s=w_s(\tilde{Q}_{ij}-\tilde{Q}_{ij}^{\perp})(\tilde{Q}_{ij}-\tilde{Q}_{ij}^{\perp})\ , \tag{12}$$

其中：$w_s=w/S_{\text{eq}}$，$\tilde{Q}_{ij}=Q_{ij}+\frac{1}{3}S_{\text{eq}}\delta_{ij}$，$\tilde{Q}_{ij}^{\perp}=P_{ik}\tilde{Q}_{kl}P_{lj}$，$P_{ij}=\delta_{ij}-v_iv_j$。无外场作用时，由于表面层的作用，向列相液晶的取向完全由表面力决定。$w$ 是 Frank 弹性理论的锚定强度系数，$v$ 表示外法线方向，表面自由能反映了界面对液晶指向矢分布的影响。由于表面外法线方向由系统本体指向体外且垂直于表面切线方向，在柱坐标系中，将法线方向分解为沿 $\rho$、$z$ 方向的分量，分别表示为 $\sin\alpha$、$\cos\alpha$，其中 $\alpha$ 表示边界各点与中心的连线和 $z$ 轴正方向夹角。

根据 Samo Kralj 等人的工作，对系统进行无量纲化处理[18-19]，定义最高过热温度 $T^{**}$ 下的序参数为 $q_0$，且 $q_0=S_{\text{eq}}(T^{**})=B/4C$。以 $q_0$ 对序参数张量、介电常数、表面强度和体平衡态下的单轴标量序参数进行约化，即 $\tilde{Q}_{ij}=Q_{ij}/q_0$（$i,j=\rho,\varphi,z$），$\tilde{\varepsilon}_a=\varepsilon_aq_0/\varepsilon_i$，$\tilde{w}_s=w_s/Bq_0\xi$。定义 $F_0=B^4/(4C)^3$，以 $F_0$ 对能量进行约化，有 $\tilde{F}=F/[B^4/(4C)^3]$，引入相干长度 $\xi=\sqrt{\frac{L_1}{Bq_0}}$ 来约化长度变量，即 $\tilde{z}=z/\xi$，$\tilde{\rho}=\rho/\xi$。约化后的本体自由能密度、弹性自由能密度、介电自由能密度、表面锚定强度分别表示为：

$$\tilde{F}_{\text{bulk}}=\frac{\tilde{A}}{12}\mathrm{tr}\tilde{Q}^2-\frac{1}{3}\mathrm{tr}\tilde{Q}^3+\frac{1}{16}(\mathrm{tr}\tilde{Q}^2)^2\ , \tag{13}$$

$$\tilde{F}_{\text{elastic}}=\frac{1}{2}\tilde{Q}_{ij,\tilde{k}}\tilde{Q}_{ij,\tilde{k}}+\frac{1}{2}\frac{L_2}{L_1}\tilde{Q}_{ik,\tilde{i}}\tilde{Q}_{jk,\tilde{j}}+\frac{1}{2}\frac{L_4}{L_1}q_0\tilde{Q}_{ij}\tilde{Q}_{kl,\tilde{i}}\tilde{Q}_{kl,\tilde{j}}\ (i,j,k=\rho,\varphi,z)\ , \tag{14}$$

$$\tilde{F}_{\text{dielectric}}=-\frac{1}{\tilde{t}}[\tilde{E}^2+\tilde{\varepsilon}_a\tilde{Q}_{zz}\tilde{E}^2]\ , \tag{15}$$

$$\tilde{F}_s=\tilde{w}_s\xi\{2\tilde{Q}_{\rho\rho}^2+\tilde{Q}_{\varphi\varphi}^2+2\tilde{Q}_{\rho\varphi}^2+2\tilde{Q}_{\rho z}^2+2\tilde{Q}_{\varphi z}^2+2\tilde{Q}_{\rho\rho}\tilde{Q}_{\varphi\varphi}+\frac{2}{9}\tilde{S}^2-\frac{2}{3}\tilde{Q}_{\varphi\varphi}\tilde{S}-$$
$$\cos^4\alpha\left(\tilde{Q}_{\rho\rho}^2+\frac{2}{3}\tilde{Q}_{\rho\rho}\tilde{S}+\frac{1}{9}\tilde{S}^2\right)-\sin^4\alpha\,[\tilde{Q}_{\rho\rho}^2+2\tilde{Q}_{\rho\rho}\tilde{Q}_{\varphi\varphi}+\tilde{Q}_{\varphi\varphi}^2-$$
$$\frac{2}{3}(\tilde{Q}_{\rho\rho}+\tilde{Q}_{\varphi\varphi})\tilde{S}+\frac{1}{9}\tilde{S}^2\Big]-4\sin^2\alpha\cos^2\alpha\tilde{Q}_{\rho z}^2+4\sin\alpha\cos^3\alpha\left(\tilde{Q}_{\rho\rho}\tilde{Q}_{\rho z}+\frac{1}{3}\tilde{Q}_{\rho z}\tilde{S}\right)-$$
$$2\sin^2\alpha\cos^2\alpha\left[-\tilde{Q}_{\rho\rho}^2-\tilde{Q}_{\rho\rho}\tilde{Q}_{\varphi\varphi}-\frac{1}{3}\tilde{Q}_{\varphi\varphi}\tilde{S}+\frac{1}{9}\tilde{S}^2\right]+4\sin^3\alpha\cos\alpha\,[-\tilde{Q}_{\rho z}(\tilde{Q}_{\rho\rho}+\tilde{Q}_{\varphi\varphi})+$$
$$\frac{1}{3}\tilde{Q}_{\rho z}\tilde{S}\Big]-2(\cos^2\alpha\tilde{Q}_{\rho\varphi}^2+\sin^2\alpha\tilde{Q}_{\varphi z}^2-2\sin\alpha\cos\alpha\tilde{Q}_{\rho\varphi}\tilde{Q}_{\varphi z})\}\ . \tag{16}$$

利用张量 $\boldsymbol{Q}$ 无迹处理和泛函的约束变分得到该体系约化后的欧拉方程[20]。在柱坐标系为

$$\frac{\partial\tilde{F}}{\partial\tilde{Q}_{ij}}-\frac{\partial}{\partial\tilde{\rho}}\frac{\partial\tilde{F}}{\partial\tilde{Q}_{ij,\tilde{\rho}}}-\frac{1}{\tilde{\rho}}\frac{\partial\tilde{F}}{\partial\tilde{Q}_{ij,\tilde{\rho}}}-\frac{\partial}{\partial\tilde{z}}\frac{\partial\tilde{F}}{\partial\tilde{Q}_{ij,\tilde{z}}}=0\ . \tag{17}$$

使用松弛迭代方法对液晶系统进行数值模拟，利用动力学方程，让序参数张量 $\boldsymbol{Q}$ 在一定的初始状态下随时间演化，得到其平衡态结果。

动力学方程如下：

$$\frac{\partial\boldsymbol{Q}}{\partial t}=\Gamma\left(-\frac{\delta F}{\delta\boldsymbol{Q}}\right)\ , \tag{18}$$

其中：$\Gamma=6D^*/[1-3\mathrm{tr}(\boldsymbol{Q}^2)]^2$，$D^*$ 是向列相的转动扩散系数。约化后的动力学方程为：

$$\frac{\partial\tilde{Q}}{\partial\tilde{t}}=-\tilde{\Gamma}\left(\frac{\partial\tilde{F}}{\partial\tilde{Q}_{ij}}-\frac{\partial}{\partial\tilde{\rho}}\frac{\partial\tilde{F}}{\partial\tilde{Q}_{ij,\tilde{\rho}}}-\frac{1}{\tilde{\rho}}\frac{\partial\tilde{F}}{\partial\tilde{Q}_{ij,\tilde{\rho}}}-\frac{\partial}{\partial\tilde{z}}\frac{\partial\tilde{F}}{\partial\tilde{Q}_{ij,\tilde{z}}}\right)\ , \tag{19}$$

其中：$\tilde{\Gamma}=\Gamma\times(Bq_0)$，得到 5 个具体的动力学方程。使用有限差分迭代法，将上式离散成差分形式为：

$$[\tilde{Q}(t+\Delta t)-\tilde{Q}(t)]/\Delta t=-\tilde{\Gamma}\frac{\delta\tilde{F}}{\delta\tilde{Q}}\ , \tag{20}$$

弱锚泊的边界条件方程为：

$$\frac{\partial F_s}{\partial Q_{ij}}+\frac{\partial F}{\partial\left(\frac{\partial Q_{ij}}{\partial x_k}\right)}\nu_k=0\ , \tag{21}$$

上式约化得到的方程为：

$$\frac{\partial\tilde{F}_s}{\partial\tilde{Q}_{ij}}+\xi\frac{\partial\tilde{F}}{\partial\left(\frac{\partial\tilde{Q}_{ij}}{\partial\tilde{x}_k}\right)}\nu_k=0\ , \tag{22}$$

对于球形液滴可以表示为：

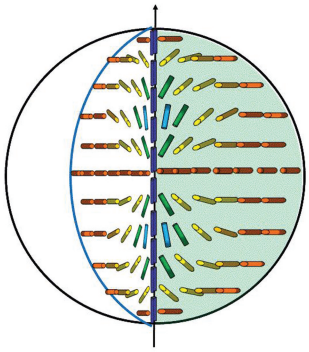
$$\frac{\partial\tilde{F}_s}{\partial\tilde{Q}_{ij}}+\xi\frac{\partial\tilde{F}}{\partial\left(\frac{\partial\tilde{Q}_{ij}}{\partial\tilde{\rho}}\right)}\nu_\rho+\xi\frac{\partial\tilde{F}}{\partial\left(\frac{\partial\tilde{Q}_{ij}}{\partial\tilde{z}}\right)}\nu_z=0\ . \tag{23}$$

本文模拟过程中体系数选取了液晶材料 5CB[16] 的各项系数为：$A_0=0.195\times10^6\ \mathrm{J/m^3}$，$B=7.155\times10^6\ \mathrm{J/m^3}$，$C=8.82\times10^6\ \mathrm{J/m^3}$，$D^*=0.35\ \mathrm{m^2\cdot N^{-1}\cdot s^{-1}}$，弹性系数选取杨登科[12]实验中弹性系数 $k_{11}=9.5\times10^{-12}\ \mathrm{N}$，$k_{22}=8\times10^{-12}\ \mathrm{N}$，$k_{33}=6\times10^{-12}\ \mathrm{N}$，对应到 Landau-de Gennes 理论中可以得到 $L_1=33.387\ 5\times10^{-12}\ \mathrm{N}$，$L_2=14.657\ 9\times10^{-12}\ \mathrm{N}$，$L_4=-53.457\ 7\times10^{-12}\ \mathrm{N}$，对应的相干长度 $\xi$ 约为 4.8 nm，约化温度设定为 $\tilde{A}=2/3$，则序参数约化后为 $\tilde{S}=\tilde{t}=S_{\mathrm{eq}}/q_0=1+\sqrt{1-\tilde{A}}\approx1.577$。介电各向异性 $\Delta\varepsilon=6.4(\varepsilon_\perp=5.4)$。计算可得电场约化参数为 $E_0=33.7\ \mathrm{V/\mu m}$。设定锚定强度系数 $w=10^{-4}\ \mathrm{J/m^2}$，约化后的锚定强度为 $\tilde{w}_s=0.045$。

## 4　结果与讨论

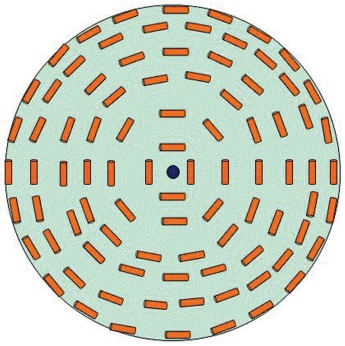
### 4.1　同轴结构球形液滴

在沿面锚定以及单一弹性常数近似（$k_{11}=k_{22}=k_{33}$）作用下，球形液滴通常为双极结构。杨登科[12]等人通过改变弹性常数比值，即减小 $k_{33}/k_{11}$ 比值至 0.632，出现稳定同轴结构。取半径为 $3\ 333\xi$（约 16 μm），且弹性常数和边界锚定符合 $k_{33}/k_{11}=0.632$ 的球形液滴进行模拟，得到该同轴结构的精细结构，指向矢示意图如图 2(a)、(b)、(c)所示。



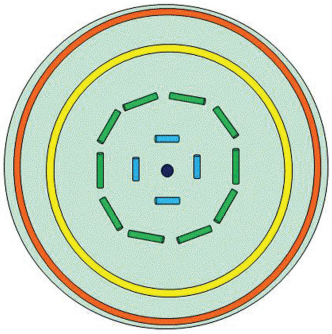
(a)三维同轴结构示意图

(a)Concentric configuration in 3D representation



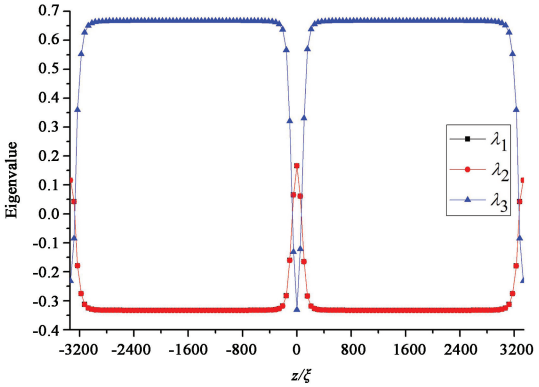
(b)赤道面截面图

(b)Cross section diagram of the equatorial plane



(c)距离两极 1/4 位置截面图

(c)Cross section diagram of the position 1/4 away from the two poles




(d)中心轴处本征值

(d)Eigenvalues at the center axis

图 2 半径为 3 333$\xi$ 时同轴结构示意图

Fig.2 Schematic diagram of the concentric configuration with the radius equal to 3 333$\xi$

图 2 中心轴处指向矢沿 $z$ 方向排列，以赤道面分为对称的上下两部分，指向矢主要分布在 $\varphi$-$z$ 平面内，在上下两部分内，随着位置 $\rho$ 增加，指向矢出现 $\varphi$ 分量且该分量逐渐增大。值得注意的是，指向矢从沿 $z$ 方向转动到沿 $\varphi$ 方向的转动过渡区域较小，该结构外部指向矢均沿 $\varphi$ 方向排列。在赤道面上，除中心核处指向矢沿 $z$ 方向，其余部分指向矢沿 $\varphi$ 方向排列。该结构赤道面截面图与杨登科[12]等人得到的俯视图相同，如图 2(b)所示。图 2(c)为距离两极顶点1/4位置的截面图，随位置 $\rho$ 增加，指向矢 $z$ 方向分量减小，外部指向矢沿 $\varphi$ 方向。图 2(d)表示沿中心轴 $z$ 方向指向矢的 3 个本征值分布图，中心轴全部处于单轴态，在两端点和中心核处本征值 $\lambda_1=\lambda_2$，$\lambda_3<0$，且根据指向矢情况可判断在上下两顶点与中心核处分别存在缺陷：两端各存在一个弯曲点缺陷，中心核存在线缺陷。图 3(a)、(b)、(c)分别为指向矢在 $\rho$、$\varphi$、$z$ 三个方向分量等高图。

图 3(a)显示该结构指向矢并非全部分布在 $\varphi$-$z$ 面内，其在球中心核附近具有微小 $\rho$ 分量。从图 3(a)可以看出沿 $z=0$ 上下半圆中数据正负相反，显示液滴沿着赤道面上下半球的手性相反，所以，一定存在同样条件下的另一种异手性结构如图 4 所示。图 3、4 所示的两种结构沿赤道面上下手性正好相反。

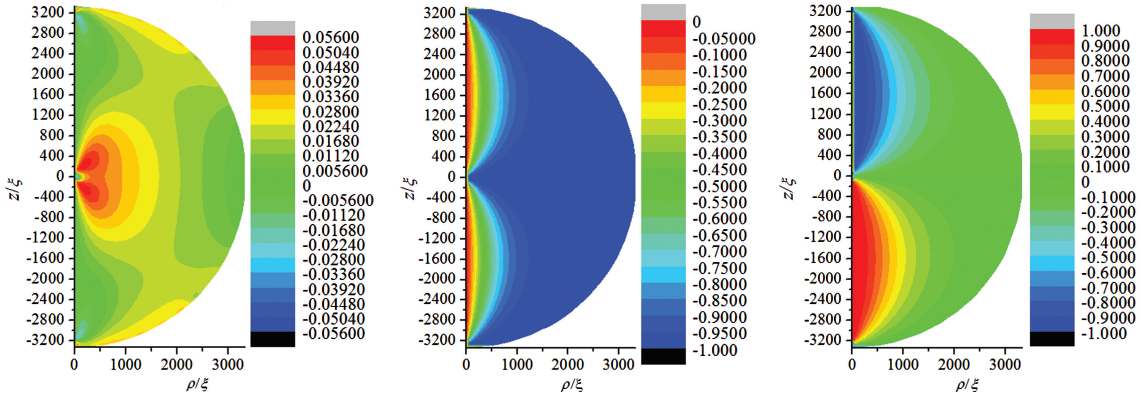



图 3　半径为 3 333$\xi$ 时同轴结构指向矢在 $\rho$、$\varphi$、$z$ 三个方向分量等高图。

Fig.3　Contour diagram of axial structure pointing vector in $\rho$, $\varphi$, $z$ directions with the radius of 3 333$\xi$.

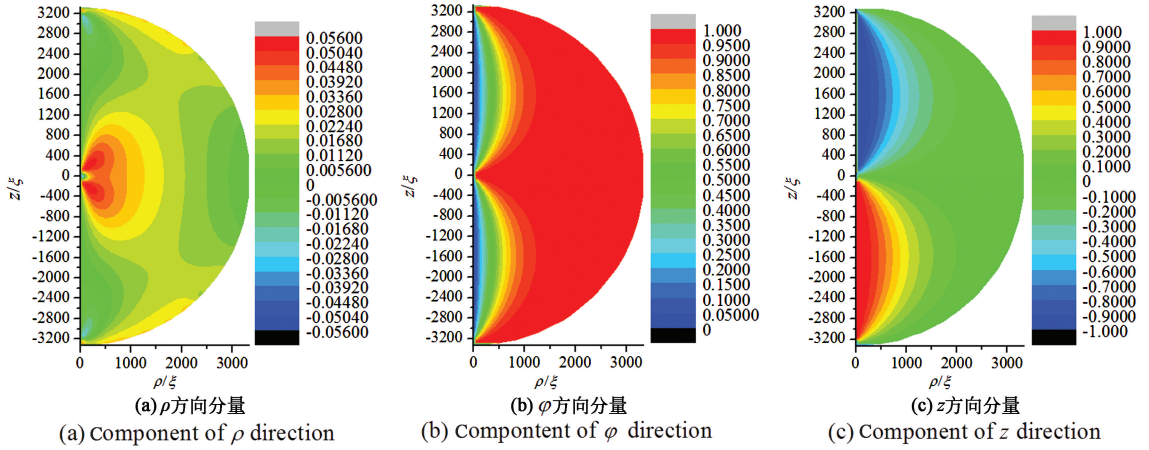



图 4　与图 3 结构手性相反的同轴结构的指向矢在 $\rho$、$\varphi$、$z$ 三个方向分量等高图。

Fig.4　Concentric configuration which is opposite to the chirality of the structure in Fig.3 points to the contour diagram of components in the directions of $\rho$, $\varphi$, $z$.

### 4.2　尺寸效应

在弹性常数($k_{33}/k_{11}=0.632$)和边界条件(各向同性弱锚定)不变的情况下，选取半径为 3 333$\xi$ (约 16 μm)、2 917$\xi$ (约 14 μm)、2 083$\xi$ (约 10 μm)、1 250$\xi$ (约 6 μm)、1 083$\xi$ (约 5.2 μm)、1 042$\xi$ (约 5 μm)、208$\xi$ (约 1 μm)的球形液滴，观察半径诱导的结构变化。如图 5 所示，半径分别为 3 333$\xi$ [($a_1$)，($b_1$)，($c_1$)]、2 917$\xi$ [($a_2$)，($b_2$)，($c_2$)]、2 083$\xi$ [($a_3$)，($b_3$)，($c_3$)]、1 250$\xi$ [($a_4$)，($b_4$)，($c_4$)]时球形液滴内部结构的三分量等高图。当 1 083$\xi$<$r$<3 333$\xi$(5.2 μm<$r$<16 μm)时，对比图 5($b_1$)～5($b_4$)可发现，指向矢存在 $\varphi$、$z$ 分量的转动过渡区域大小基本与尺寸无关，即整体结构相似。对比图 5($a_1$)～5($a_4$)，可以观察到差别仅在于随着尺寸减小，微滴两极和中心核附近指向矢的 $\rho$ 分量稍微增大，对应区域指向矢的 $\varphi$ 分量略微减小。由此可知，随着尺寸减小，边界效应明显，微滴两极和中心核附近指向矢易向 $\rho$ 方向偏移。

通过二分法可得系统结构、能量与尺寸的关系如表 1 所示。$r$≤1 063$\xi$ (约 5.1 μm)时，双极结构稳定存在；1 083$\xi$ (5.2 μm)≤$r$<1 354$\xi$ (6.5 μm)，同轴结构和双极结构能量相同，二者为双稳态；$r$≥1 354$\xi$ (6.5 μm)，同轴结构稳定存在。

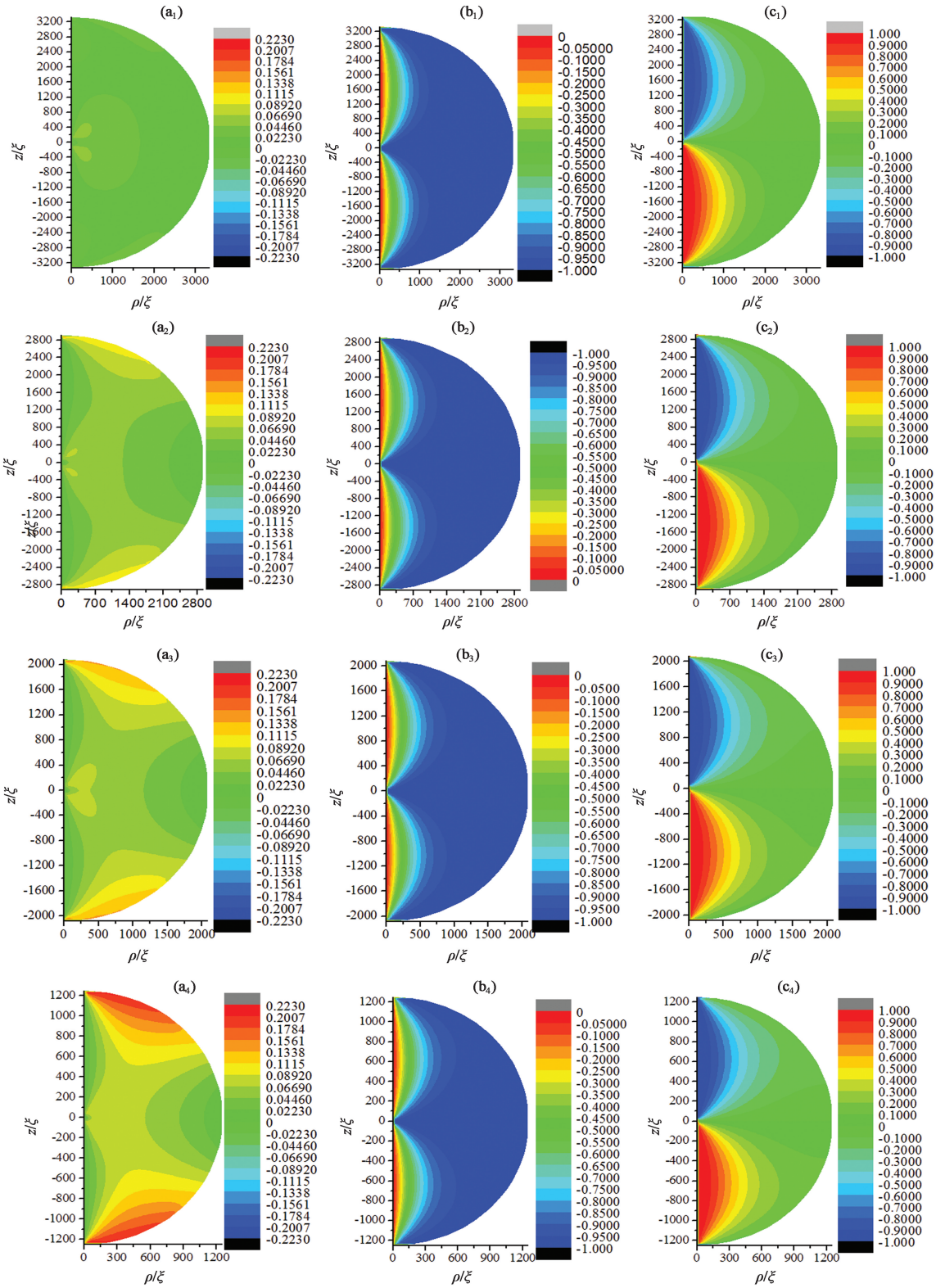



图 5 半径分别为 3 333$\xi$,2 917$\xi$,2 083$\xi$,1 250$\xi$ 指向矢在 3 个方向分量等高图。($a_1$),($b_1$),($c_1$) $r/\xi$ = 3 333;($a_2$),($b_2$),($c_2$) $r/\xi$ = 2 917;($a_3$),($b_3$),($c_3$) $r/\xi$ =2 083;($a_4$),($b_4$),($c_4$) $r/\xi$ = 1 250。

Fig.5 Contour maps of pointing vectors in three directions with radiis of 3 333$\xi$, 2 917$\xi$, 2 083$\xi$ and 1 250$\xi$, respectively. ($a_1$),($b_1$),($c_1$) $r/\xi$ =3 333; ($a_2$),($b_2$),($c_2$)$r/\xi$= 2 917,($a_3$),($b_3$),($c_3$) $r/\xi$= 2 083; ($a_4$),($b_4$),($c_4$)$r/\xi$= 1 250.

**表 1　结构、能量与尺寸的关系**

Tab.1　Relationship among structures, energy and radius

| | 1 μm | 5 μm | 5.2 μm | 6 μm | 10 μm | 16 μm |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 双极结构 | $-1.02\times10^{-15}$ J | $-1.29\times10^{-13}$ J | $-1.45\times10^{-13}$（双稳态） | $-2.23\times10^{-13}$ J（双稳态） | 不存在 | 不存在 |
| 同轴结构 | 不存在 | 不存在 | $-1.45\times10^{-13}$ J | $-2.23\times10^{-13}$ J | $-1.03\times10^{-12}$ J | $-4.22\times10^{-12}$ J |

### 4.3　电场效应

#### 4.3.1　半径为 3 333ξ(16 μm)时电场诱导的结构转变

选取半径为 3 333ξ（约 16 μm）的稳定同轴结构球形液滴，施加沿 $z$ 方向电场，探究外电场对系统结构的影响。当系统存在电场影响时，此时液滴内电场能、弹性能、表面能相互竞争，通过记录不同电场下极角 $\theta$ 变化，探究液晶系统的两次结构转变过程。首先为第一次结构转变。如图 6(a)、(b)所示，当 $0\leqslant E/E_0\leqslant0.002\ 4$，随着电场强度增大，微滴以赤道面为对称面上下对称的两部分内极角为 0 的区域向边界扩大，即沿中心轴方向排列的液晶分子范围扩大。继续增大电场，如图 6(c)、(d)所示，第一次结构转变出现。当 $0.002\ 7\leqslant E/E_0\leqslant0.003$ 时，3 种能量达到一种特殊的平衡而出现类似于双极结构的构型。此时，逐渐增强的电场能使更多液晶分子沿 $z$ 轴排列，但是边界表面仍能对液滴结构产生影响，所以在液滴上下两极附近液晶分子仍沿 $\varphi$ 方向排列，其余部分沿 $z$ 方向排列。如图 6(e)、(f)所示，当 $0.003\ 3\leqslant E/E_0<0.013\ 4$ 时，上述特殊平衡被打破，电场能逐渐占据主导位置。球体上下对称部

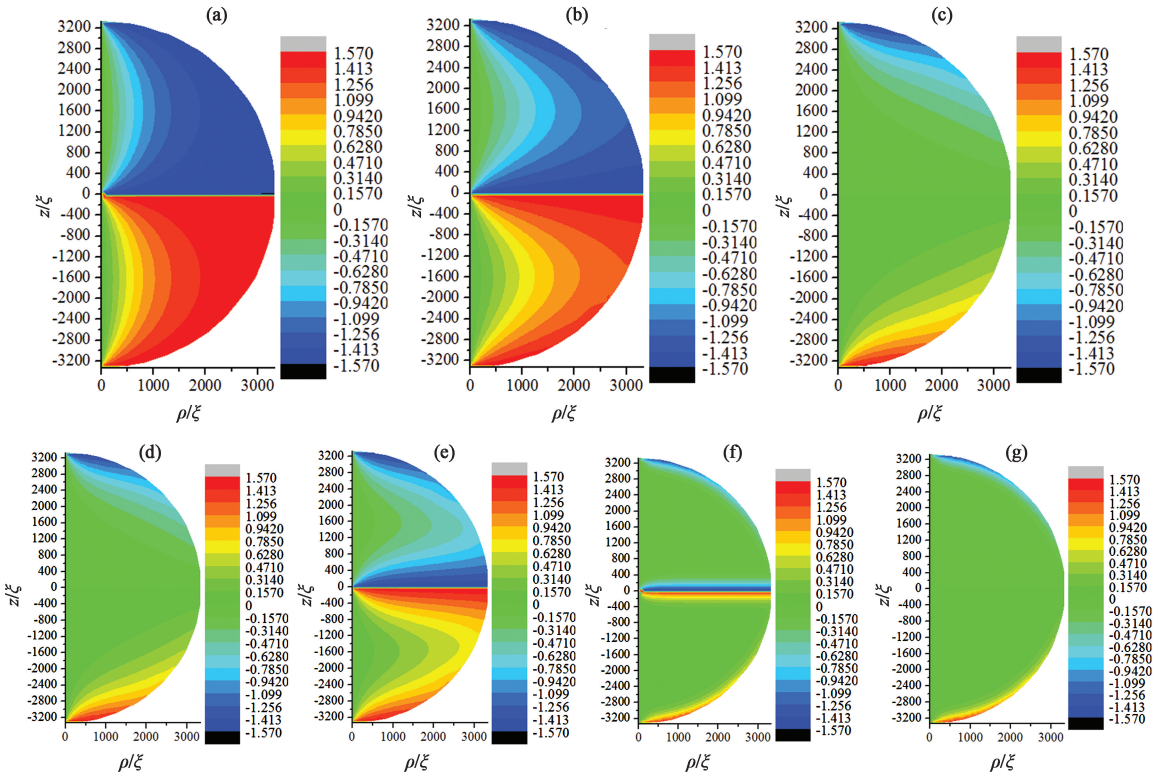



图 6　给半径为 3 333ξ（约 16 μm）的同轴结构施加不同电场时，其指向矢对应的极角示意图。(a) $E/E_0=0$；(b) $E/E_0=0.002\ 4$；(c) $E/E_0=0.002\ 7$；(d) $E/E_0=0.003$；(e) $E/E_0=0.003\ 3$；(f) $E/E_0=0.013\ 4$；(g) $E/E_0=0.013\ 5$。

Fig.6　Polar angle on the $\rho$-$z$ plane for different $E/E_0$ values applied in concentric structure with $d=3\ 333\xi$ (about 16 μm). (a) $E/E_0=0$; (b) $E/E_0=0.002\ 4$; (c) $E/E_0=0.002\ 7$; (d) $E/E_0=0.003$; (e) $E/E_0=0.003\ 3$; (f) $E/E_0=0.013\ 4$; (g) $E/E_0=0.013\ 5$.

分指向矢沿中心轴方向，赤道面附近指向矢沿 $\varphi$ 方向。电场强度越大，赤道面附近指向矢沿 $\varphi$ 方向区域越小，上下两极附近的液晶分子在 $\rho$-$z$ 面内沿球面排列。电场强度由 $E/E_0=0.013\ 4$ 增加到 $E/E_0=0.013\ 5$ 时，第二次结构转变完成，出现如图 6(g)所示结构，由于锚定作用的存在，边界处指向矢沿面排列，其余部分指向矢沿中心轴方向排列，该结构与图 6(c)、(d)中所示结构相似，不同之处在于该结构指向矢只分布在 $\rho$-$z$ 平面内，而图 6(c)和图 6(d)所示结构中，两极附近指向矢沿 $\varphi$ 方向扭曲。下面探究第二次结构转变的详细过程。

### 4.3.2 场致结构转变动力学过程

定义 $E_c/E_0=0.013\ 4$ 为系统出现新型结构转变的阈值电场。下面探究在该电场下系统从 $E_c/E_0=0.013\ 4$ 增加到 $E/E_0=0.013\ 5$ 时的结构转变动力学过程。图 7 所示为在电场 $E/E_0=0.013\ 5$

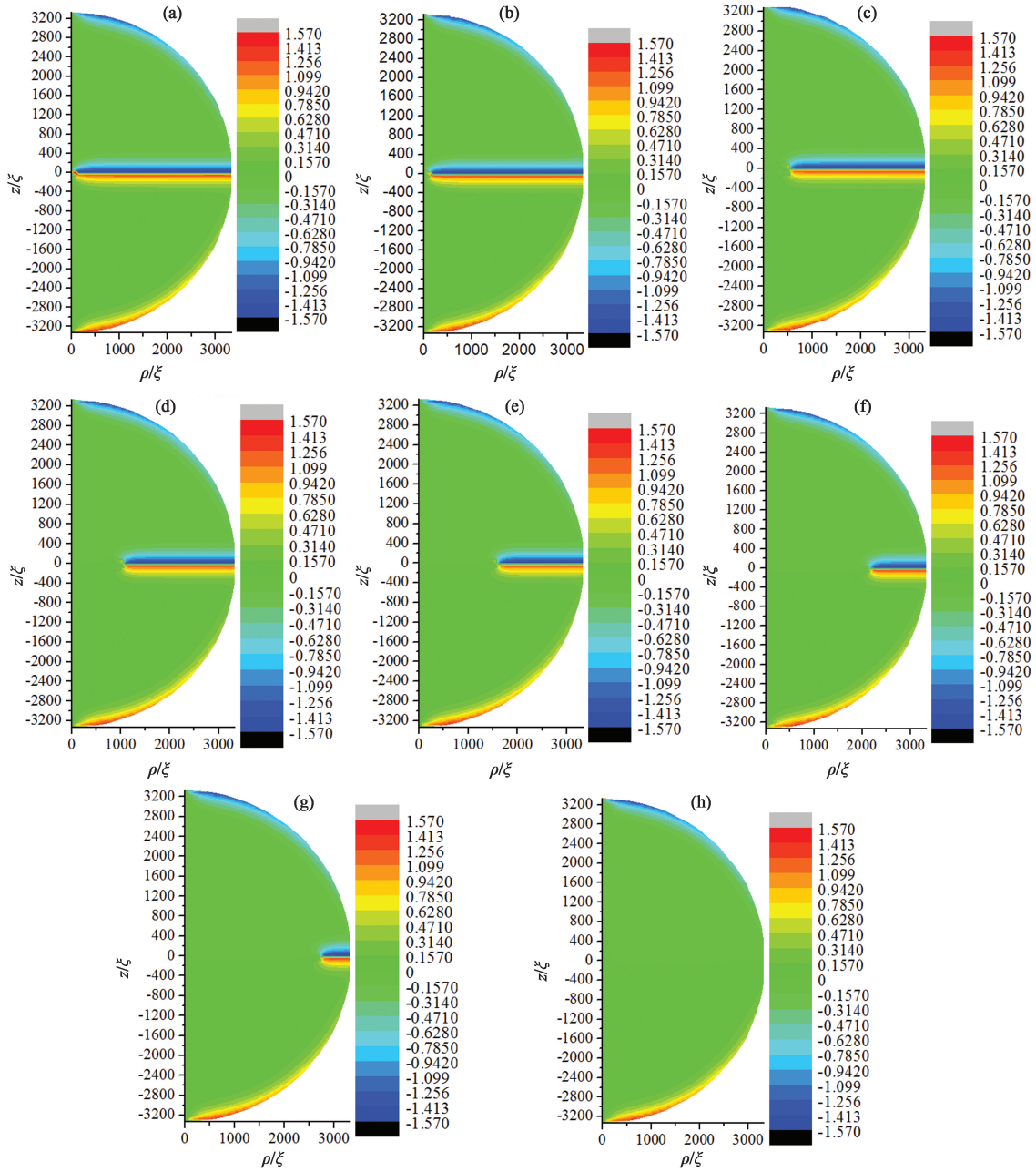



图 7 电场为 $E/E_0=0.0135$ 时，系统发生最后一次结构转变的动力学过程。(a) $t=10$ ms；(b) $t=20$ ms；(c) $t=30$ ms；(d) $t=40$ ms；(e) $t=50$ ms；(f) $t=60$ ms；(g) $t=70$ ms；(h) $t=80$ ms。

Fig.7 Dynamical process of the last structural transformation with $E/E_0=0.013\ 5$. (a) $t=10$ ms; (b) $t=20$ ms; (c) $t=30$ ms; (d) $t=40$ ms; (e) $t=50$ ms; (f) $t=60$ ms; (g) $t=70$ ms; (h) $t=80$ ms.

下球内液晶分子指向矢对应的极角图，该图显示，随着所加电场时间增加，球内赤道面附近液晶分子指向矢从中心轴到边界逐点由 $\varphi$ 方向转变为电场方向 $z$，该现象在以往研究中从未出现。

如图 8 所示，$\lambda_1$、$\lambda_2$、$\lambda_3$ 分别为序参数张量 $\boldsymbol{Q}$ 的 3 个本征值。当 $t=0$ ms 时，中心核(0，0)处 $\lambda_1$(黑色点线)$=\lambda_2$(红色点线)，$\lambda_3$(蓝色点线)$<0$，该点处于沿 $z$ 方向的负序参数单轴态。施加沿 $z$ 方向的电场，$\lambda_1$ 和 $\lambda_2$ 减小，$\lambda_3$ 增大。当 $t=18.9$ ms 时，$\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3$ 中心核处变为各向同性点。随着时间增加，$\lambda_1$、$\lambda_2$、$\lambda_3$ 保持原变化趋势，中心核处逐渐演变为沿 $z$ 方向的正序参数单轴态。同时赤道面附近液晶分子指向矢沿着 $z$ 轴电场方向转动。通过选取赤道面上特定点$(781\xi,0)$的指向矢转动情况，可了解赤道面附近液晶分子指向矢转动的详细过程。如图 9 所示，当 $t\leqslant32$ ms 时，$(781\xi,0)$处指向矢 $z$ 方向分量为 0，即该处液晶分子与电场方向垂直，沿 $\varphi$ 方向排列。当 $t>32$ ms 时该点指向矢由于对称性破缺，由 $\varphi$ 方向逐渐向 $z$ 方向转动。当电场持续时间为 $t=40$ ms 时，

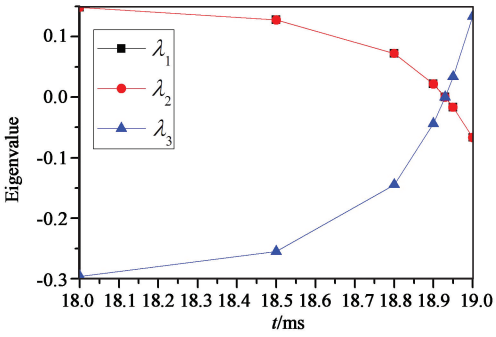



图 8　电场为 $E/E_0=0.013\ 5$ 时，中心核处本征值变化曲线。

Fig.8　Profile of eigenvalue in the center for $E/E_0=0.013\ 5$

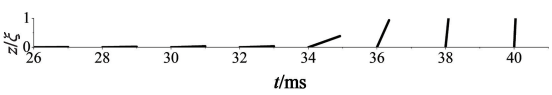



图 9　电场 $E/E_0=0.013\ 5$ 时，$(781\xi,0)$处指向矢动力学过程。

Fig.9　Dynamical process of director at the intersection point of $(781\xi,0)$ with $E/E_0=0.013\ 5$

液滴内$(781\xi,0)$处指向矢 $z$ 方向分量基本为 1，此时液晶分子沿电场方向排列。随着施加电场时间增加，沿 $z$ 方向排列的液晶分子指向矢区域逐渐向边界扩大。

## 5　结　　论

本文基于 Landau-de Gennes 理论，利用松弛迭代方法，研究了稳定同轴结构液晶微滴的两种精细结构。该结构中心轴处指向矢沿 $z$ 方向；球体上下两部分内部液晶分子指向矢从中心轴到边界处，由 $z$ 方向转到 $\varphi$ 方向；赤道面上中心核处指向矢沿 $z$ 轴排列，其余部分指向矢沿 $\varphi$ 排列；该结构两极和中心核处存在缺陷。首先探究了无电场条件下，液晶微滴的尺寸效应。当液晶微滴半径范围为 $5.2\ \mu m\leqslant r\leqslant16\ \mu m$ 时，同轴结构稳定存在；随着半径减小，尺寸效应逐渐明显，$\varphi$、$z$ 方向分量稍微减小，$\rho$ 方向分量稍微增大。其中当 $5.2\ \mu m\leqslant r\leqslant6.5\ \mu m$ 时，同轴结构和双极结构同时存在，为双稳态。当 $r\leqslant5.1\ \mu m$ 时同轴结构不稳定，出现双极结构。

当存在沿 $z$ 轴方向外电场时，随着施加的电场强度增加，出现两次结构转变。当 $0\leqslant E/E_0\leqslant0.002\ 4$ 时，沿中心轴方向排列的液晶分子范围扩大，当 $0.002\ 7\leqslant E/E_0\leqslant0.003$ 时，体能、弹性能、表面能达到某种特殊平衡，液晶微滴形成类似双极结构的构型，此时为第一次结构转变；当 $0.003\ 3\leqslant E/E_0<0.013\ 4$ 时，上述特殊平衡被打破，球体上下对称部分指向矢沿中心轴方向，赤道面附近指向矢沿 $\varphi$ 方向，且电场越大，沿中心轴方向的指向矢区域越大。当电场强度达到阈值电场 $E/E_0=0.013\ 4$ 时，第二次结构转变出现，出现动力学过程而使系统大部分液晶分子沿 $z$ 方向排列。重点探究阈值电场 $E/E_0=0.013\ 4$ 下第二次结构转变的动力学过程，我们首次在同轴结构内发现：中心核处由沿 $z$ 方向的负序参数单轴态演变为各向同性态，再演变为沿 $z$ 方向的正序参数单轴态。中心核处态的改变诱导赤道面液晶分子指向矢通过对称性破缺实现了动力学过程：从中心轴到边界逐点向 $z$ 方向转动，最终达到单轴态。电场作用下，另一种异手性同轴结构也有对应现象。

## 参 考 文 献:


[1] JIANG J H, MCGRAW G, MA R Q, *et al*. Selective scattering polymer dispersed liquid crystal film for light enhancement of organic light emitting diode [J]. *Optics Express*, 2017, 25(4): 3327-3335.

[2] LOPEZ-LEON T, FERNANDEZ-NIEVES A. Drops and shells of liquid crystal [J]. *Colloid and Polymer Science*, 2011, 289(4): 345-359.

[3] SENYUK B, LIU Q K, HE S L, *et al*. Topological colloids [J]. *Nature*, 2012, 493(7431): 200-205.

[4] GUPTA J K, SIVAKUMAR S, CARUSO F, *et al*. Size-dependent ordering of liquid crystals observed in polymeric capsules with micrometer and smaller diameters [J]. *Angewandte Chemie International Edition*, 2009, 48(9): 1652-1655.

[5] YOSHIOKA J, ITO F, TABE Y. Stability of a double twisted structure in spherical cholesteric droplets [J]. *Soft Matter*, 2016, 12(8): 2400-2407.

[6] JEONG J, DAVIDSON Z S, COLLINGS P J, *et al*. Chiral symmetry breaking and surface faceting in chromonic liquid crystal droplets with giant elastic anisotropy [J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2014, 111(5): 1742-1747.

[7] PENG C H, LAVRENTOVICH O D. Chirality amplification and detection by tactoids of lyotropic chromonic liquid crystals [J]. *Soft Matter*, 2015, 11(37): 7257-7263.

[8] YANG D K, WU S T. *Fundamentals of Liquid Crystal Devices* [M]. 2nd ed. West Sussex: Wiley, 2014.

[9] XU F, CROOKER P P. Chiral nematic droplets with parallel surface anchoring [J]. *Physical Review* E, 1997, 56(6): 6853-6860.

[10] DRZAIC P S. A case of mistaken identity: spontaneous formation of twisted bipolar droplets from achiral nematic materials [J]. *Liquid Crystals*, 1999, 26(5): 623-627.

[11] WILLIAMS R D. Two transitions in tangentially anchored nematic droplets [J]. *Journal of Physics* A: *Mathematical and General*, 1986, 19(16): 3211-3222.

[12] JIANG J H, YANG D K. Bipolar to toroidal configuration transition in liquid crystal droplets [J]. *Liquid Crystals*, 2018, 45(1): 102-111.

[13] HIGGINS D A, LUTHER B J. Watching molecules reorient in liquid crystal droplets with multiphoton-excited fluorescence microscopy [J]. *Journal of Chemical Physics*, 2003, 119(7): 3935-3942.

[14] HIGGINS D A, HALL J E, XIE A F. Optical microscopy studies of dynamics within individual polymer-dispersed liquid crystal droplets [J]. *Accounts of Chemical Research*, 2005, 38(2): 137-145.

[15] XIE A F, HIGGINS D A. Electric-field-induced dynamics in radial liquid crystal droplets studied by multiphoton-excited fluorescence microscopy [J]. *Applied Physics Letters*, 2004, 84(20): 4014-4016.

[16] GARTLAND JR E C. Scalings and limits of landau-de gennes models for liquid crystals: a comment on some recent analytical papers [J]. arXiv: 1512.08164, 2017.

[17] ZHOU X, ZHANG Z D. ZHANG Q, *et al*. Order reconstruction in a nanoconfined nematic liquid crystal between two coaxial cylinders [J]. *Materials*, 2015, 8(12): 8072-8086.

[18] JIANG X Y, ZHOU X, ZHANG Z D. Landau-de Gennes theory for a−1 boojum in a degenerate hybrid-aligned nematic cell [J]. *Liquid Crystals*, 2017, 44(3): 490-499.

[19] 刘雅静,于辉敏,陈思博,等.球形界面对向列相液晶系统中+1 boojum 缺陷结构转变的影响 [J].材料科学,2018, 8(8):890-903.
LIU Y J, YU H M, CHEN S B. The effect of spherical interface on the structural transition of +1 boojum within the nematic system [J]. *Material Sciences*, 2018, 8(8): 890-903. (in Chinese)

[20] CHEN S B, LIU X T, YU H M, *et al*. Coupling phenomenon of anti-connected hybrid alignment nematics in thin cell: From submicron to nanoscale [J]. *International Journal of Modern Physics* B, 2019, 33(4): 1950002.

**作者简介：**



**马　鹤**（1995－），女，河北石家庄人，硕士研究生，2017 年于唐山师范学院获得学士学位，主要从事液晶器件方面的研究。E-mail：cloverhe_ma@163.com



**张志东**（1961－），男，山东蓬莱人，博士，教授，1998 年于中国科学院长春物理研究所获得博士学位，主要从事液晶器件方面的研究。E-mail：zhidong_zhang1961@163.com